Jurnal Ilman, Vol. 6, No. 2, pp. 62-69, September 2018
p-ISSN 2355-1488, e- ISSN 2615-2932
http://journals.synthesispublication.org/index.php/ilman

Metode simpleks yang direvisi dengan pemrograman Matlab

Zuhri
Sekolah Tinggi Ilmu Manajemen Sukma
zuhri_muin@yahoo.com

Abstrak, metode simpleks yang direvisi adalah suatu metode yang didesain untuk mencapai hal yang tepat sama seperti pada metode simpleks asli, akan tetapi dengan suatu cara yang lebih efisien untuk dilaksanakan. Metode ini merupakan versi yang disempurnakan dari prosedur aslinya.Metode ini menghitung dan menyimpan insformasi yang diperlukan sekarang serta data yang penting disimpan dalam bentuk yang lebih padat. Metode simpleks yang direvisi secara eksplisit memanipulasi matriks sehingga masalahnya harus dinyatakan dalam bentuk notasi matriks dan dapat dihitung dengan menggunakan pemrograman Matlab (Matrix Laboratory)

Kata kunici: Metode simpleks, metode simpleks direvisi, matlab

Pendahuluan

Metode Simpleks Merupakan metode yang umum digunakan untuk menyelesaikan seluruh problem program linier, baik yang melibatkan dua variabel keputusan maupun lebih dari dua variabel keputusan. Metode simpleks pertama kali diperkenalkan oleh George B. Dantzig pada tahun 1947 dan telah diperbaiki oleh beberapa ahli lain. Salah satu teknik penentuan solusi optimal yang digunakan dalam pemrograman linier adalah metode simpleks. Penentuan solusi optimal menggunakan metode simpleks didasarkan pada teknik eleminasi Gauss Jordan. Penentuan solusi optimal dilakukan dengan memeriksa titik ekstrim satu per satu dengan cara perhitungan iteratif, sehingga penentuan solusi optimal dengan simpleks dilakukan tahap demi tahap yang disebut dengan iterasi. Iterasi ke-i hanya tergantung dari iterasi sebelumnya (i-1). Dikarenakan solusi metode simpleks yang rumit dan membutuhkan waktu maka telah dikembangkan sebuah pendekatan yang berorientasi matriks yang disebut dengan metode simpleks revisi (RMS). Metode simpleks yang direvisi adalah suatu metode yang didesain untuk mencapai hal yang tepat sama seperti pada metode simpleks asli, akan tetapi dengan suatu cara yang lebih efisien untuk dilaksanakan. Metode ini merupakan versi yang disempurnakan dari prosedur aslinya. Metode ini menghitung dan menyimpan insformasi yang diperlukan sekarang serta data yang penting disimpan dalam bentuk yang lebih padat. Metode simpleks yang direvisi secara eksplisit memanipulasi matriks sehingga masalahnya harus dinyatakan dalam bentuk notasi matriks dan dapat dihitung dengan menggunakan computer kususnya pemrograman Matlab (Matrix Laboratory).

Metode

Pada paper ini pertama sekali ditentukan formulasi model dari metode simpleks yang direvisi dengan menggunakan symbol-symbol. Selanjutnya dari

Jurnal Ilman, Vol. 6, No. 2, pp. 62-69, September 2018
p-ISSN 2355-1488, e- ISSN 2615-2932
http://journals.synthesispublication.org/index.php/ilman

formulasi model yang dibentuk dibuat contoh dan kemudian diselesaikannya dengan Matlab solver.

Formulasi Model Metode Simpleks yang direvisi

Dengan menggunakan matriks maka bentuk baku model pemrograman linear sebagai berikut:

Memaksimumkan **Z = cx**

Dengan kendala:

Ax $\leq$ **b** dan **x** $\geq$ **0**

Dimana **c** merupakan vector baris.

c = [$c_1, c_2, \ldots, c_n$],

x,b,0merupakan vector- vector kolom sedemikian rupa sehingga

x= $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$; **b** = $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$; **0** = $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$ dan A merupakan matriks koefisien yang berordo mxn.

A= $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$

Untuk memperoleh masalah dalam bentuk diperluas maka masukkanlah vector kolom dari variabel- variabel slack yaitu,

$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ x_{n+2} \\ \vdots \\ x_{n+m} \end{bmatrix}$

sehingga kendala-kendala menjadi

[**A,I**] $\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{x_s} \end{bmatrix}$ = **b** dan $\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{x_s} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}$ dimana I merupakan matriks identitas mx m dan vector kosong **0**mempunyai (n+m) unsur.

Penyelesaian Layak Dasar

Pendekatan umum dari metode simpleks adalah untuk memperoleh suatu urutan penyelesaian-penyelesaian dasar yang semakin baik sampai tercapai suatu penyelesaian yang optimal. Salah satu ciri pokok metode simpleks yang direvisi adalah mencakup cara dengan mana setiap penyelesaian layak dasar baru diselesaikan setelah variabel-variabel dasar dan tidak dasar diketahui. Jika variabel-variabel tersebut sudah tertentu maka penyelesaian dasar yang dihasilkannya merupakan penyelesaian dari dan ke m persamaan.

$$[\mathbf{A},\mathbf{I}]\begin{bmatrix} x \\ x_s \end{bmatrix} = \mathbf{b}$$

dimana ke n variabel tidak dasar dari antara ke (n+m) unsur dari

$$\begin{bmatrix} x \\ x_s \end{bmatrix}$$

dibuat sama dengan nol. Jika ke n variabel ini dieliminasi dengan membuatnya sama dengan nol maka masih ada suatu himpunan m persamaan dengan m variabel yang tidak diketahui(variabel-variabel dasar). Himpunan persamaan ini dapat dinyatakan dengan:

$\mathbf{B}\mathbf{x}_B = \mathbf{b}$,

di mana vector dari variabel-variabel dasar

$$\mathbf{x}_B = \begin{bmatrix} x_{B1} \\ x_{B2} \\ \vdots \\ x_{Bm} \end{bmatrix},$$

diperoleh dengan cara menghilangkan variabel-variabel tidak dasar dari

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{x}_s \end{bmatrix},$$

dan matriks basisnya,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1m} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{m1} & B_{m2} & \cdots & B_{mm} \end{bmatrix}$$

Diperoleh dengan cara mengeliminasi kolom-kolom yang berkaitan dengan koefisien-koefisien variabel-variabel tidak dasar dari [**A**,**I**].

Metode simpleks hanya memperkenalkan variabel- variabel dasar sedemikian rupa sehingga **B** adalah titik tunggal, sehingga $\mathbf{B}^{-1}$akan selalu ada. Oleh karena itu, untuk menyelesaikan $\mathbf{B}\mathbf{x}_\mathbf{B}= \mathbf{b}$ kedua ruas harus dikalikan terlebih dahulu dengan $\mathbf{B}^{-1}$,

$\mathbf{B}^{-1}\ \mathbf{B}\mathbf{x}_\mathbf{B}= \mathbf{B}^{-1}\ \mathbf{b}$.

Karena $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}= \mathbf{I}$ maka penyelesaian yang diinginkan untuk variabel-variabel dasar adalah

$\mathbf{x}_\mathbf{B} = \mathbf{B}^{-1}\ \mathbf{b}$

Andaikan$\mathbf{c}_\mathbf{B}$adalah vector yang unsur-unsurnya merupakan koefisien- koefisien fungsi tujuan

(termasuk nol untuk variabel-variabel slack) bagi unsur-unsur $\mathbf{x}_\mathbf{B}$ yang bersesuaian. Maka nilai fungsi tujuan untuk penyelesaian dasar ini adalah

$\mathbf{Z}= \mathbf{c}_\mathbf{B}\mathbf{x}_\mathbf{B} = \mathbf{c}_\mathbf{B}\mathbf{B}^{-1}\ \mathbf{b}.$

Contoh Persoalan: (Perusahaan Kaca)

Perusahaan PT. Asahimas Glass Ltd merupakan produsen produk kaca berkualitas tinggi, termasuk kaca jendela dan pintu.Perusahaan ini membawahi tiga pabrik. Kerangka aluminium dan barang- barang logam dibuat dipabrik 1, kerangka kayu dibuat dipabrik 2 dan pabrik 3 dipakai untuk memproduksi kaca dan merakit produk akhir. Karena penghasilan semakin menurun, pimpinan perusahaan telah memutuskan untuk mengubah produksinya. Berbagai produk yang tidak menguntungkan dihentikan produksinya, dan tindakan ini akan memperbesar kapasitas produksi untuk membuat satu atau dua dari produk baru yang potensial yang sedang ada permintaannya dipasar. Salah satu produk yang diusulkan (produk 1) adalah merupakan pintu kaca setinggi delapan kaki dengn kerangka aluminium. Produk satu lagi (produk 2) merupakan jendela gantung ganda yang besar (4x 6) kaki dengan kerangka kayu. Bagian pemasaran berpendapat bahwa perusahaan ini dapat menjual kedua produk sebanyak yang dapat dihasilkan dengan kapasitas yang tersedia. Akan tetapi, karena kedua produk akan bersaingan untuk kapasitas produksi yang sama dipabrik 3, maka tidak jelas bauran bagaimana antara kedua produk akan saling menguntungkan. Oleh karena itu, pimpinan perusahaan meminta bagian riset operasi untuk mempelajari masalah ini. Setelah diadakan penelitian, bagian riset operasi menentukan:

1. Persentasi dari kapasitas produksi setiap pabrik yang akan tersedia untuk produk-produk ini.
2. Persentasi yang dibutuhkan dari setiap produk untuk setiap unit yang dihasilkan per menit.
3. Laba per unit dari setiap produk.

Insformasi ini dituangkan dalam table berikut ini:

Tabel 1. Data PT. Asahimas Glass Ltd

Kapasitas yang dipakai tingkat produksi			
Pabrik	Produk 1	Produk 2	Kapasitas tersedia
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Laba per unit	\$3	\$5	

Penyelesaian:
Untuk merumuskan model matematis masalah ini sebagai berikut:
Misalkan
X_1 = Jumlah unit produksi unit 1
X_2 = Jumlah unit produksi unit 2
Z = konstribusi yang dihasilkan kepada laba per menit
Maka model matematika sebagai berikut:
Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$
Dengan kendala/batasan

1. $X_1 \leq 4$
2. $2X_2 \leq 12$
3. $3X_1 + 2X_2 \leq 18$

$X_1, X_2 \geq 0$

Dari model matematika diatas, dapatlah dihitung nilai-nilai X_1, X_2 dan Z maksimum dengan menggunakan metode simpleks yang direvisi.

D.1. Solusi Metode simpleks yang direvisi

Untuk implementasi metode simpleks yang direvisi, kasus yang diambil adalah contoh pada perusahaan kaca yang tahapan- tahapan dijelaskan sebagai berikut:

1.Menentukan Koefisien fungsi tujuan
c = [3 5]

2. Menentukan koefisien pada masing- masing kendala dan menambahkan slack variabel.

$$[\mathbf{A},\mathbf{I}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Menentukan koefisien pada sisi kanan kendala

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

4. Menentukan variabel fungsi

$$.\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

5. menentukan variabel slack

$$\boldsymbol{x_s} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

6. Menentukan vector dari variabel- variabel dasar pada iterasi 0

$$\mathbf{x_B} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \text{ dimana } \mathbf{x_B} = \mathbf{B}^{-1}\,\mathbf{b}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{-1}, \text{ maka } \mathbf{x_B} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{-1}\,\mathbf{b} \Longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan Matlab programe sebagai berikut:

```
>> A=[1  0 0; 0  1 0; 0  0 1];
>> B=[ 4; 12; 18];
>> C= A*B
C =
     4
    12
    18
```

$$\text{Jadi } \mathbf{x_B} = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

7. Menentukan hasil perkalian vector baris dari koefisien- koefisien fungsi tujuan dengan vector kolom dari variabel- variabel dasar pada iterasi 0

Jurnal Ilman, Vol. 6, No. 2, pp. 62-69, September 2018
p-ISSN 2355-1488, e- ISSN 2615-2932
http://journals.synthesispublication.org/index.php/ilman

$\mathbf{c_B} = [\,0\ \ 0\ \ 0]$, maka $Z = \mathbf{c_B x_B} \Longrightarrow Z = [\,0\ \ 0\ \ 0]\begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} \Longrightarrow Z = 0$

Dengan Matlab program sebagai berikut:

```
>> A=[0  0  0];
>> B=[4;12;18];
>> C= A*B
C =
    0
```

8. Menentukan kembali vector dari variabel- variabel dasar pada iterasi 1

$\mathbf{x_B} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}^{-1}$= dihitung dengan menggunakan program matlab sebagai berikut:

```
>> B=[1  0  0; 0  2  0; 0  2  1];
>>inv (B)
ans =
   1.0000         0         0
        0    0.5000         0
        0   -1.0000    1.0000
```

atau $\mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$; **maka** $\mathbf{x_B} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{-1}\,\mathbf{b}$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} \Longrightarrow x_B = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}$$

```
>>inv(B)
ans =
   1.0000         0         0
        0    0.5000         0
        0   -1.0000    1.0000
>> D=[4;12;18];
>> X= inv(B)*D

X =
    4
    6
    6
```

9. Menentukan kembali hasil perkalian vector baris dari koefisien- koefisien fungsi tujuan dengan vector kolom dari variabel- variabel dasar pada iterasi 1.

$\mathbf{c_B} = [\,0\ \ 5\ \ 0]$ maka $Z = \mathbf{c_B x_B} \Longrightarrow Z = [\,0\ \ 5\ \ 0]\begin{bmatrix}4\\6\\6\end{bmatrix} \Longrightarrow Z = 30$

dengan matlab program sebagai berikut:

```
>> A=[0  5  0];
>> B=[4;6;6];
>> Z=A*B
Z =
   30
```

10. Menentukan kembali vector dari variabel- variabel dasar pada iterasi 2.

$\mathbf{x_B} = \begin{bmatrix}x_3\\x_2\\x_1\end{bmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{bmatrix}1&0&1\\0&2&0\\0&2&3\end{bmatrix}$; $\mathbf{B}^{-1}$= dihitung dengan menggunakan program matlab sebagai berikut:

```
>> B=[1  0  1; 0  2  0; 0  2  3];
>>inv(B)
ans =
   1.0000    0.3333   -0.3333
        0    0.5000         0
        0   -0.3333    0.3333
```

Atau $\mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix}1&\frac{1}{3}&\frac{-1}{3}\\0&\frac{1}{2}&0\\0&\frac{-1}{3}&\frac{1}{3}\end{bmatrix}$ maka $\mathbf{x_B} = \begin{bmatrix}x_3\\x_2\\x_1\end{bmatrix} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} = \begin{bmatrix}1&\frac{1}{3}&\frac{-1}{3}\\0&\frac{1}{2}&0\\0&\frac{-1}{3}&\frac{1}{3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\12\\18\end{bmatrix}$

Dengan matlab program sebagai berikut:

```
>> B=[1  0  1; 0  2  0; 0  2  3];
>>inv(B)
ans =
   1.0000    0.3333   -0.3333
        0    0.5000         0
        0   -0.3333    0.3333
>> C=[4;12;18];
>> X= inv(B)*C
X =
    2
    6
    2
```

Atau $\begin{bmatrix}x_3\\x_2\\x_1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\6\\2\end{bmatrix}$

11. Menentukan kembali hasil perkalian vector baris dari koefisien- koefisien fungsi tujuan dengan vector kolom dari variabel- variabel dasar pada iterasi 2.

Jurnal Ilman, Vol. 6, No. 2, pp. 62-69, September 2018
p-ISSN 2355-1488, e- ISSN 2615-2932
http://journals.synthesispublication.org/index.php/ilman

$\mathbf{c_B} = [\,0\ \ 5\ \ 3]$ maka $Z = \mathbf{c_B x_B} \Longrightarrow Z = [\,0\ \ 5\ \ 3]\begin{bmatrix}2\\6\\2\end{bmatrix} \Longrightarrow Z = 36$

```
>> A=[ 0 5 3];
>> B=[2;6;2];
>> Z=A*B
Z = 36
```

Hasil dan pembahasan

Karena nilai- nilai pada baris Z sudah optimal yang berarti pada iterasi 2 proses simpleks yang direvisi selesai dan solusi yang diperoleh:
X_3= slack variabel = 2, nilai X_4 dan X_5= 0
X_2= X_2 = Jumlah unit produksi unit 2 = 6 unit,
X_1= X_1 = Jumlah unit produksi unit 1 = 2 unit,
Z = konstribusi yang dihasilkan kepada laba per menit adalah $36 artinya untuk memperoleh keuntungan yang maksimum maka perusahaan sebaiknya memproduksi pintu kaca sebanyak 2 unit dan jendela gantung ganda sebanyak 6 unit per menit.
Test Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5\,X_2$
$Z = 3(\,2) + 5(6)$
$Z = 36$.(Terbukti).

Formulasi di atas dapat disimpulkan
1. Metode simpleks yang direvisi memberikan cara yang efektif untuk menyesuaikan metode simpleks pada implementasi untuk computer.
2. Metode simpleks yang direvisi secara eksplisit menggunakan manipulasi matriks sehingga masalahnya harus dinyatakan dengan notasi matriks.
3. Metode simpleks yang direvisi merupakan prosedur perhitungan yang lebih efisien dibandingan dengan metode simpleks dalam bentuk asli / standart.

Daftar pustaka

Bronson, R. & Naadhimutu, G. (1997). *Scaum's Outline of Theory and Problem of Operations Research (2nd)*. New York: McGraw-Hill.

Frederick, S. H & Gerald, L, L. (1994). *Introduction to operations research* McGraw-Hill Book Company. New York.

Hua, W. (1990). Application of the revised simplex Method to the farm Planning model, *Hangzhou University*.

Taha, H. A. (1996). *Riset Operasi.* Jakarta: Binarupa Aksara.